# الهندسة الكسيرية وسحر الطبيعة

د.أحمد محمد رجائي الرفاعي

يعد التفكر فيما خلقه الله وأبدعه في كونه الفسيح من أرقى دواعي الإيمان وزيادته لدى المسلمين، فقد أمرنا الله بالتفكر فيما خلق، ونواميس وكونه، فيهم وسمائه وأرضه وبحاره وأشجاره وأنهاره، فقال سبحانه وتعالى ﴿إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِأُولِي الْأَلْبَابِ (١٩٠) الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَى جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَذَا بَاطِلًا سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ﴾ (آل عمران ١٩١).

ومن أمثلة التفكر في خلق الله يمكن التطرق إلى الهندسة الكسيرية (Fractal Geometry) التي تساعد - كإحدى الأدوات العلمية - على زيادة الانتباه الواعي بالصور والظواهر التي تتعلق بالتصاميم التي تظهر في الطبيعة، فهي هندسة الطبيعة التي تحوي أدوات يمكن استخدامها في قراءة تصاميم الطبيعة الساحرة للتفكر في مخلوقات الله. فهي بذلك تساعد على تعميق الإيمان وممارسة عبادة التفكر، كما تساعدنا على إنشاء تصاميم مبتكرة يمكن استخدامها في الرسوم الهندسية والإنشاءات الهندسية المبتكرة ودراسة ظواهر لا يمكن دراستها إلا عن طريق معرفة الهندسة الكسيرية.

## لمحة سريعة حول الهندسة الكسيرية

تتكون الهندسة الكسيرية من أبنية هندسية مؤلفة من كسيريات (Fractals) عبارة عن أجزاء هندسية مفتتة صغيرة جداً غير منتظمة ذات أبعاد متناهية الصغر، وتتكرر هذه الأجزاء بعمليات تكاثرية لتكوّن الشكل الأم.

يعدُّ تاريخ الهندسة الكسيرية جزءًا لا يتجزأ من تاريخ علم الرياضيات، فهي من المجالات الجديدة المتفرعة من علم الرياضيات، التي تسمح باستخدام الصيغ الرياضية لوصف الأشكال وأجزائها.

ظهرت الهندسة الكسيرية للوجود نتيجة لعدم قدرة الهندسات التقليدية مثل هندسة **إقليدس** على دراسة التراكيب المتنوعة وخاصة الموجودة في الطبيعة.

بدأت الهندسة الكسيرية في القرن السابع عشر على يد الفيلسوف **لايبنتز (Leibniz)** الذي اهتم بدراسة أنماط التشابه الذاتي (Self-SimilarForms)، وبعد حوالي قرن من الزمان – القرن الثامن عشر– طوّر **كارل وريسترس** (Karl Weierstrass) بعض الأشكال الدالة ذات الخواص غير البديهيّة المستمرة التي لا يمكن تفاضلها.

قدّم عالم الرياضيات الألماني **جورج كانتور (George Cantor)** عام ١٨٨٣م مجموعة كانتور التي عرفت كأسهل طرق للحصول على انقسامات متتالية متماثلة.

كذلك واصل العالم المشهور جدّاً في مجال الهندسة الكسيرية **هيلج فان كوش (Helge Van Koch)** عام ١٩٠٤م نمو تلك الهندسة ليقدّم منحنى كوش ذا الشهرة الواسعة

في مجال هندسة الكسيريات، وأخيرًا قدّم **واكلاو سيربنسكي (Waclaw Sierpiniski)** عام ١٩١٥م ما يعرف بمثلث **سيربنسكي**.

من جانب آخر ساهم العالم الفرنسي **بنوا ماندلبرت (Benoit Mandelbrot)** عام ١٩٦٠م في تطوّر الهندسة الكسيرية من خلال دراسة بعض الأشكال المتحقق فيها التشابه الذاتي، وبحلول عام ١٩٨٠م اهتم بالرسوم البيانية للأعداد المركبة ودراسة خواص التشابه والتماثل فيها.

تدرس الهندسة الكسيرية البناءات المؤلفة من كسيريات، وتصف العديد من الأوضاع والبُنى التي لا يمكن تفسيرها أو دراستها بهندسة **إقليدس** المعروفة، ما يجعل من تلك الهندسة أهمية كبرى وتطبيقات كثيرة في عدد من العلوم الطبيعية والحاسوبية، حيث يمكن تحليل كثير من الظواهر الطبيعية أو إنشاء تصاميم رائعة أو تحليل أشكال كثيرة وفحصها باستخدام تلك الهندسة.

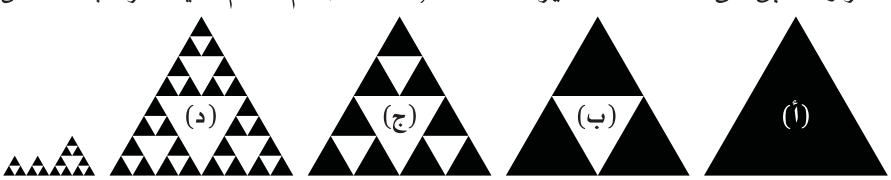
## أشهر الكسيريات

من أهم الكسيريات المشهورة مايلي:

### ● مثلث سيربنسكي

قدّم الرياضي البولندي **سيربنسكي (Sierpinski)** في عام ١٩١٥م ما يعرف بمثلث **سيربنسكي (Triangle Sierpinski)** وهو من أشهر الأشكال التي تساعد على استيعاب أساس الهندسة الكسرية. يتم إنشاء ذلك المثلث، شكل (١)، بالشكل الآتي:

- رسم مثلث متساوي الأضلاع قاعدته متوازية مع الخط الأفقي (أ).
- تحديد نقاط في منتصفات أضلاعه الثلاثة، وتوصيلها مع بعضها بعضاً، ثم تظليل المثلث الناتج بلون مختلف، وليكن الأبيض (ب).
- تكرار ما سبق على المثلثات الثلاثة غير المظللة وفي كل مرة يُظلل المثلث الناتج من وصل نقاط منتصفات الأضلاع باللون الأبيض (ج).
- بعد التكرار الثاني، يصبح لدينا تسعة مثلثات غير مظللة (سوداء).
- نحدّد ونوصل منتصفات أضلاع المثلثات التسعة السوداء (د).




■ شكل (١) إنشاء مثلث سيربنسكي.

ثم نكرر عملية تظليل المثلث الأوسط دومًا وهكذا... حتى نحصل على مثلثات غير منتهية جميعها متساوية الأضلاع، حيث تشكل المثلثات الصغيرة كسيريات عبارة عن مثلثات متساوية الأضلاع تعمل معًا على تكوين المثلث الأم المتساوي الأضلاع أيضا، وتكرار تلك العمليات سيتم عدداً من المرات إلى أن تكون المثلثات صغيرة جدا بدرجة يصعب معها عمليا تكرار تلك العملية بحيث نجد من الصعوبة توصيل منتصفات أضلاع المثلثات.

الملاحظ أننا إذا عكسنا النشاط السابق لإنشاء مثلث **سيربنسكي**؛ بمعنى تفتيت أي شكل كبير إلى كسيريات صغيرة ودراسة خصائصها عن طريق أساسيات الهندسة الإقليدية كالتشابه والانتقال والأشكال الهندسية والانعكاس وبعض الخصائص والمفاهيم الهندسية فإننا ندرك مباشرة أن الشكل المعطى (الشكل الأم) عبارة عن تكرارات متشابهة (تكبيرًا وتصغيرًا) للكسيريات التي وضعناها معًا طبقًا لتسلسل محدّد كوحدات لبناء الشكل الأم، مثل قطع البازل المتشابهة واللازمة لبناء مجسم محدد.

### ● منحنى كوش

قدّم الرياضي السويدي **فون كوش (Von Koch)** عام ١٩٠٤م ما يعرف بمنحنى **كوش (Von Koch curve)** كنموذج يمكن استخدامه في وصف عدد من أشكال الطبيعة، وبالرغم من أن منحنى **كوش** يتكون من كسيريات عبارة عن قطع مستقيمة إلا أنها تمثل في نهاية تجمعها شكل المنحنى، ويشمل المنحنى تراكيب معقدة يمكن ملاحظتها في كثير من أشكال الطبيعة مثل: السحاب، سواحل البحار والمحيطات، أشكال الجبال، وتضاريس بعض المناطق على سطح الكرة الأرضية.

■ شكل (٢) إنشاء منحنى كوش. (المصدر: http://www.makigami.info/cms/kochs-curve-process-design-90)

■ منحنى كوش في الطبيعة.

ولإنشاء منحنى **كوش** هندسياً، شكل (٢)، نرسم قطعة مستقيمة تسمّى المولد (generator) ثم نحدّد عليها ثلاثة نقاط نقسّمها إلى أربع قطع مستقيمة متساوية الطول، ثم ننزع القطعة المستقيمة الوسطى من منتصف القطعة الأساسية ونرسم عليها مثلثًا متساوي الأضلاع ننزع قاعدته، ثم نستخدم الشكل الذي حصلنا عليه كأساس للمراحل التالية في إنشاء منحنى **كوش**، ثم نكرر ما سبق بأي عدد من التكرارات الممكنة لنحصل في نهاية الأمر على المنحنى المطلوب.

جدير بالملاحظة أننا إذا قسمنا القطعة المستقيمة إلى خمس قطع متساوية الطول بوساطة أربع نقاط وأقمنا عبر تلك النقط مربعًا وكررنا العمل مع القطع المستقيمة الناتجة نحصل على أشكال متعددة لمنحنى **كوش** سواءً أكان المربع أعلى القطعة المستقيمة أم أسفلها.

المصدر: http://cdn.preterhuman.net/texts/other/crystalinks/fractal.html

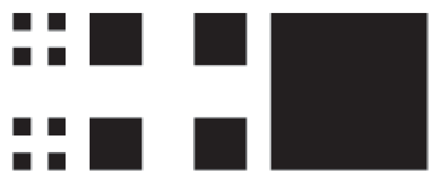
■ شكل (٣) إنشاء مجموعة كانتور .

## ● مجموعة كانتور

قدم تلك المجموعة الرياضي الألماني **كانتور (Cantor)** عن طريق ما يسمى بنظرية الفئات التي نشرها عام ١٨٨٣م التي تعد النموذج السحري للعديد من الكسيريات مثل مجموعة **جوليا (Julia)**.

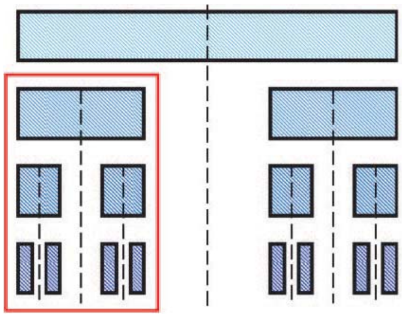
ولتكوين مجموعة **كانتور**، شكل (٣)، نستخدم عملية التكرارات لتكوينها، حيث نرسم قطعة مستقيمة ذات طول محدد نقسمها إلى ثلاثة قطع متساوية الطول عن طريق وضع نقطتين على مسافات متساوية عليها، ثم نحذف القطعة الوسطى (بين نقطتي تقسيم القطعة) فنحصل على قطعتين مستقيمتين (القطعتين الطرفيتين)، ثم نقوم بالعمل نفسه كما سبق بتقسيم كل من القطعتين إلى ثلاثة أجزاء متساوية ونزع القطعة المستقيمة الوسطى وهكذا.

ويمكن الحصول على مجموعة كانتور كذلك بالبدء بشكل المربع في شكل (٤)، حيث تُقسّم القطعتان المستقيمتان المثلثان لضلعين متجاورين في المربع إلى ثلاثة قطع متساوية الطول لكل منهما، ثم نقيم عمودين من النقطتين السابق تحديدهما على ضلعي المربع المتجاورين لنجد أن المربع تم تقسيمه إلى تسعة مربعات متطابقة، ثم نحذف المربعات الوسطى الخارجية ونحذف المربع الصغير الذي يتوسط المربع، وهكذا نكرر العملية إلى أقصى قدر ممكن للحصول على كسيريات صغيرة تتجمع في النهاية لتكون مجموعة **كانتور**.



المصدر: http://mathworld.wolfram.com/CantorDust.html

■ شكل (٤) طريقة أخرى لإنشاء مجموعة كانتور.



المصدر: Macia

■ شكل (٥) نموذج آخر لمجموعة كانتور .

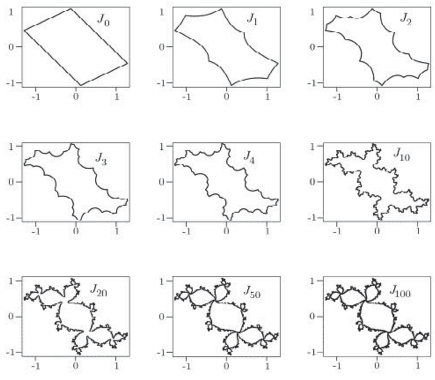
ويمكن الحصول على مجموعة **كانتور** كذلك بالبدأ بشكل المستطيل شكل (٥)، حيث يقسّم المستطيل إلى ثلاثة مستطيلات عن طريق خطين عموديين واصلين بين ضلعي المستطيل المتقابلين والمتوازيين الأفقيين، ثم يحذف المستطيل الأوسط، ثم نقوم بتكرارا نفس العملية مع المستطيلين الناتجين وهكذا نكرر العملية إلى أقصى حد ممكن، فنحصل على كسيريات تشكل منحنى **كانتور**.

## ● مجموعة جوليا

قدم **غاستون جوليا** عالم الرياضيات الفرنسية مجموعة **جوليا** (Julia set) عام ١٩١٨م، حيث كان مهتما بدراسة الخصائص المتكررة لتعبيرات كثيرة الحدود الأكثر عمومية على شكل رياضي محدد، لذا فإن أفضل طريقة دقيقة وصحيحة للوصول لكسيريات **جوليا** هي استخدام برامج رسومية على الحاسب الآلي للتوصل إلى مجموعة **جوليا**.

تعد مجموعة جوليا عبارة عن كسيريات من الدوال النسبية بدرجاتها المختلفة في صور محددة، شكل (٦)، ولرسمها نفترض أن لدينا: (س$^{٢}$+ج)، فالتكرار يعني أن نثبت (ج)، ونختار قيماً لـ (س).

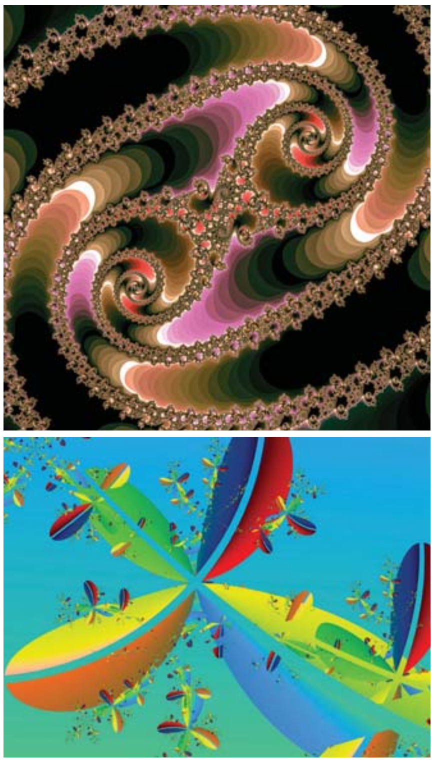
– في كل مرة نعوض بقيم (س)، ونوجد قيمة: س$^{٢}$ + ج .





المصدر: Edgar, 2008:43

■ شكل (٦) خطوات إنشاء مجموعة جوليا.



■ شكل (٧) أشكال تمثل مجموعة جوليا .

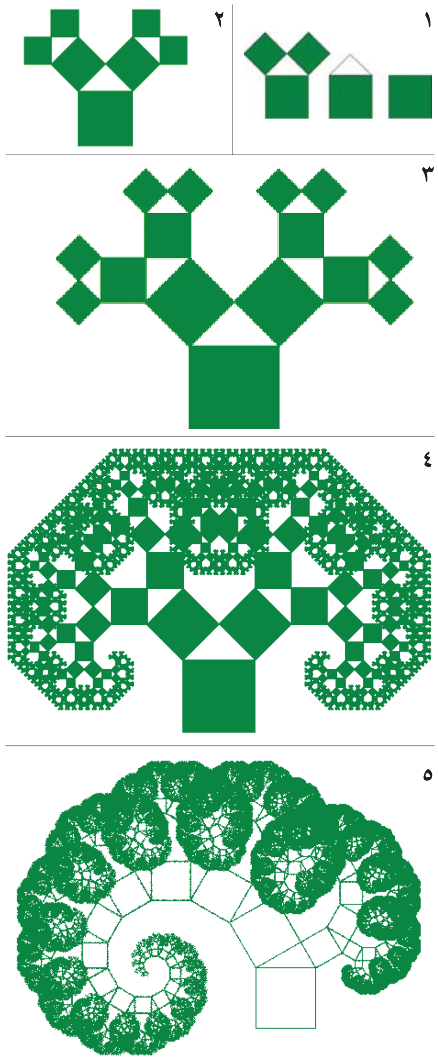
– سوف نحصل على مجموعة متتابعة من الأعداد المركبة على النحو التالي:

س ← س$^{٢}$ + ج ← (س$^{٢}$+ج)$^{٢}$ + ج ← ....

ويمكننا استخدام برامج محوسبة عديدة لإنشاء مجموعة **جوليا** بصورة جميلة كما في شكل (٧).

## ● شجرة فيثاغورس

سميت شجرة **فيثاغورس (Pythagoras Tree)** باسمه لأن كل ثلاثة مربعات متماسكة تشكّل مثلثاً قائم الزاوية، والذي عادة ما يستخدم في إثبات نظرية فيثاغورس.




المصدر: http://ecademy.agnesscott.edu/~lriddle/ifs/pythagorean/pythTree.htm

■ شكل (٨) خطوات إنشاء شجرة فيثاغورس.

لإنشاء شجرة **فيثاغورس** نرسم مربعاً، ثم نرسم على الضلع الأعلى للمربع مثلثاً متساوي الساقين مرسومًا على ساقيه مربعان، ونلاحظ أن كلًّا من المربعين المرسومين على ضلعي المثلث يتناقص طول أضلاعهما مقارنة بطول ضلع المربع الأول ، ثم تكرر العملية مرارا وتكرارًا حتي الوصول إلى أصغر مربع ممكن (ما لا نهاية)، شكل (٨)، الحصول على شجرة فيثاغورث بتكرار عملية إنشاء الكسيريات لأصغر قدر ممكن تستطيع أن تراه العين البشرية.

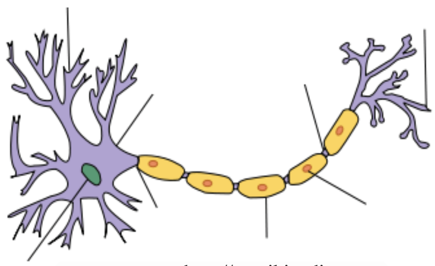
## الهندسة الكسيرية في الطبيعة

يمكن تقديم نبذة مختصرة حول استخدام الهندسة الكسرية لوصف ودراسة بعض الموضوعات من العالم الحقيقي عن طريق تحليل الصور أو الظواهر أو التصميمات المتنوعة وقراءتها باستخدام لغة الهندسة الكسيرية.

إن اللسان يكاد يعجز وتشخص الأبصار عند رؤية مخلوقات الله وكونه ، فالخلية العصبية للإنسان أو ما يسمي بـ (العصبون)، شكل (٩)، عند رؤية تصاميمها المبدعة من الخالق نجد أنه يمكن تقسيمها لكسيريات عبارة عن مستطيل ودائرة وسيقان وتفرعات متشابهة ومتكررة.

● **أسماك البلطي**

عند تفحص أسماك البلطي، شكل (١٠)، نجد أنها مكونة من كسيريات متكررة ومتشابهة عبارة عن شكل معيّن ودائرة ومثلث وخطوط دائرية.



المصدر: http://ar.wikipedia.org

■ شكل (٩) الخلية العصبية (العصبون).

■ شكل (١٠) سمك البلطي.

■ شكل (١١) سلحفاة النجمة الهندية.

● **سلحفاة النجمة الهندية**

لصَدَفَة وجلد سلحفاة النجمة الهندية تصاميم بديعة، شكل (١١) عبارة عن كسيريات متكررة من أشكالاً هندسية مختلفة تغطي جسمها من الخارج لتعطي أشكالاً رائعة بألوان ومقاييس متناسبة ومتشابهة (سبحان الله العظيم).

● **أصداف الأمونيتات**

تتشابه كسيرياتها مع شجرة فيثاغورث، وتتداخل كسيريات الأصداف بطريقة كثيفة ومتكررة ومتشابهة وبدرجات لونية متدرجة، شكل (١٢).


■ شكل (١٢): مجموعة متنوعة من أصداف الأمونيتات.

● **أوراق وثمار النبات**

تتراءى أوراق بعض النباتات وثمارها للناظرين لوحةً بديعة، تتكوّن من كسيريات عبارة عن خطوط شبه منتظمة ومتشابهة ومتكررة حول محور تماثل واحد تتفرع بكثرة لترسم بخطوط متفردة ابداع ليس كمثله شئ، شكل (١٣).

● **الجبال الكثبان الرملية**

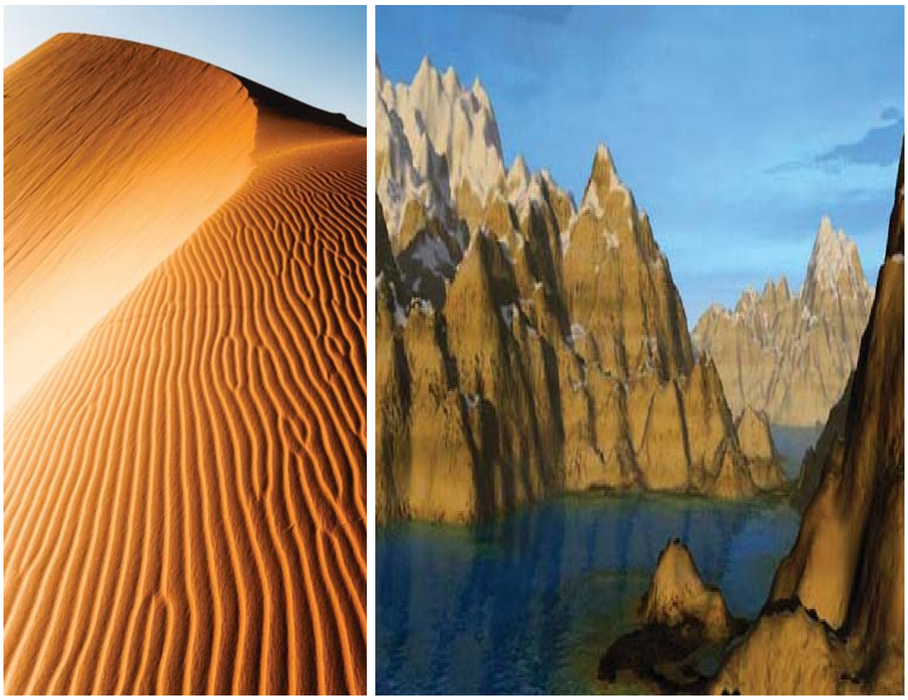
الجبال المطلة على البحار والمحيطات وكذلك الكثبان الرملية، شكل (١٤) عبارة عن كسيريات مخروطية الشكل، متشابهة ومتكررة بألوانها وظلالها المختلفة.

## خاتمة

في سياق عرض الهندسة الكسيرية الشيقة التي تقترب كثيراً من طبيعة العالم الخلابة حاولنا فكّ بعض من أسراره ولوحاته الفنية المبدعة، فيمكن أن تتوحّد الرياضيات مع الطبيعة من حولنا عن طريق دراسة بعض فروعها والاهتمام بها لتظهر بعضًا من تطبيقاتها في المجتمع ولتدلّ على أهمية معرفة قدر من ذلك العلم وفروعه وتطبيقاته في العالم من حولنا.

■ شكل (١٣) لوحة بديعة لأوراق وثمار بعض النباتات.

تحاول الهندسة الكسيرية دومًا فكّ رموز سحر تصاميم الطبيعة التي خلقها الله كوسيلة للتفكر في مخلوقات الله السابحة في ملكوته من سماء وأرض وفضاء وكائنات وظواهر نعلم بعضها ويخفي علينا منها أكثر مما نعلمه، وبالطبع كأي علم آخر فأحيانًا يعجز علم الهندسة الكسيريّة عن قراءة بعض التصميمات في ملكوت الله لنشعر بالنقص والعجز أمام علم الله الكامل مصداقًا لقوله تعالى ﴿وَيَسْأَلُونَكَ عَنِ الرُّوحِ قُلِ الرُّوحُ مِنْ أَمْرِ رَبِّي وَمَا أُوتِيتُم مِّنَ الْعِلْمِ إِلَّا قَلِيلًا﴾ (الإسراء – ٨٥)



■ شكل (١٤) لوحة بديعة للجبال والكثبان الرملية.

## المراجع

- **إبراهيم، رضا أبو علوان** (٢٠٠١م)، فعالية وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال Fractal Geometry لطلاب الرياضيات بكلية التربية. دراسات في المناهج وطرق التدريس، ٧٢:١١٠–١٤٥.

- **الزبيدي، لهيب محمد والسيف، خليل إبراهيم والنعمة، حسن ماهر** (٢٠١٠م)، منظومة شبكة حاسوبية لكشف لهب النار من الفيديو الرقمي باستخدام الالهندسة الكسيريةية. مجلة الرافدين لعلوم الحاسبات والرياضيات، ٧(١):٩٥–١١٤.

- **Edgar, G. (2008).** Measure, Topology, and Fractal Geometry. 2nd edition, department of Mathematics, the Ohio University, Columbus, Springer, E-ISBN: 978-0387-74749-1.

- **Maciá, E.** (2012).Exploiting a periodic designs in nanophotonic devices. Reports on Progress in Physics, doi:10.1088/0034-4885/75/3/036502, 75(3):1-42 http://iopscience.iop.org/0034-4885/75/3/036502/pdf/0034-4885_75_3_036502.pdf

- **Mandelbrot, B.B. and Blumen, A. (1989).** Fractal geometry: what is it, and what does it do? Proceeding of the Royal Society, London, doi:10.1098/rspa.1989.0038, 423: 3-16.

- **Olsen, E.R., Ramsey, R.D., and Winn, D.S. (1993).** A modified fractal dimension as measure of landscape diversity. Photogrammetric Engineering of Remote Sensing, 59(10):1517-1520.

ar.wikipedia.org/

http://www.makigami.info/cms/kochs-curve-process-design-90

http://cdn.preterhuman.net/texts/other/crystalinks/fractal.html

http://mathworld.wolfram.com/CantorDust.html/

http://ecademy.agnesscott.edu/~lriddle/ifs/pythagorean/pythTree.htm

http://www.saudiwildlife.c9om/site/home/animal/419

http://www.2020site.org/trees/hornbeam.html

http://www.miqel.com/fractals_math_patterns/visual-math-natural-fractals.html

http://paulbourke.net/fractals/juliaset/

http://people.cst.cmich.edu/piate1kl/mth_553_f07/fractals.pdf