دليل البرنامج

دكتوراه الفلسفة في الرياضيات

قسم الرياضيات والإحصاء
كلية العلوم
جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية

١. مقدمة

تعدّ الدراسات العليا في الجامعات ركيزة أساسية لتقدم البحث العلمي وتطوير أساليبه، وتأتي برامج الدكتوراه تتويجاً لتميز الأقسام وكفاءتها. ولقد شرع قسم الرياضيات والإحصاء بكلية العلوم في جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية في تأسيس برنامج للدكتوراه في الرياضيات البحتة والتطبيقية بعد نجاح برنامج الماجستير الذي افتتح قبل سبع سنوات تقريباً.

إن البحث العلمي وبرامج الدراسات العليا لها أهمية كبرى واعتباراً خاصاً لدى كليات العلوم في الجامعات حيث أنها تلبي حاجة شريحة عريضة من طلبة الدراسات العليا الراغبين في إكمال مسيرتهم العلمية في الجامعات المحلية.

إن برنامج الدكتوراه هذا تم تصميمه وإعداده على ضوء البرامج المناظرة المعتمدة في الجامعات العالمية وبخاصة جامعات الولايات المتحدة الأمريكية كما تمت الاستفادة من خبرات الجامعات المحلية التي لديها برامج دكتوراه في الرياضيات. وقد روعي في إعداد البرنامج أن يلبي متطلبات سوق العمل باحتوائه على مسارات تخصصية في الرياضيات بفرعيها البحتة والتطبيقية. كما تم تحكيم هذا البرنامج ومراجعته وتنقيحه من قبل أساتذة جامعات متميزين علمياً ومن ذوي الخبرة في المجال الأكاديمي وبرامج الدراسات العليا.

٢. رسالة البرنامج

إعداد الكوادر العلمية المتميزة ذات التأهيل العالي في مجال الرياضيات للإسهام في تعزيز منظومة التعليم العالي والمشاركة بفعالية في التنمية الاقتصادية والاجتماعية في المملكة العربية السعودية.

٣. أهداف البرنامج

يهدف برنامج الدكتوراه في الرياضيات إلى تحقيق ما يلي:

١. تزويد طلاب البرنامج بقاعدة علمية قوية في مجال الرياضيات ومن ثم التخصص في فرع معين منها.
٢. تزويد طالب البرنامج بالخلفية العلمية الضرورية للقيام بالبحث العلمي في مجال تخصصه.
٣. تلبية احتياجات الجامعات ومراكز البحوث في المملكة من أعضاء هيئة التدريس والباحثين في مجال الرياضيات.
٤. تنشيط وتطوير البحث العلمي بالقسم.
٥. تلبية الحاجة الملحة للحاصلين على درجة الماجستير في الرياضيات من الراغبين في مواصلة دراستهم محلياً.

٤. متطلبات القبول

بالإضافة إلى اللائحة الموحدة للدراسات العليا بالجامعات السعودية، يشترط على المتقدمين للقبول في برنامج الدكتوراه في الرياضيات استيفاء الشروط التالية:

١. أن يكون المتقدم حاصلاً على درجة الماجستير في الرياضيات من جامعة سعودية معتمدة أو جامعة دولية معترف بها بمعدل تراكمي لا يقل عن ٣,٧٥ من أصل ٥ أو ما يعادله.
٢. الحصول على درجة لا تقل عن ٧٠٪ في اختبار القبول التحريري الذي تعده وتشرف عليه لجنة الدراسات العليا في القسم.
٣. يعفى من هذا الاختبار من سجل خلال العامين الماضيين في الاختبار الدولي GRE-Math.Subject وحصل فيه على درجة لا تقل عن ٥٠٠ درجة.
٤. اجتياز المقابلة الشخصية التي تتم من قبل لجنة الدراسات العليا بالقسم.
٥. الحصول في اختبار التوفل TOEFL_IBT على 50 درجة على الأقل أو ما يعادلها في الاختبارات الدولية المناظرة المعترف بها.
٦. التفرّغ التام للدراسة طوال مدة البرنامج.
٧. تقديم رسالة بالغرض من الدراسة.

٥. معايير المفاضلة

تتم المفاضلة بين الطلاب المتقدمين وفقاً للمعايير التالية:

١. معدل المتقدم في مرحلة الماجستير: ٥٠٪ .
٢. اختبار القبول التحريري: ٢٥٪ .
٣. المقابلة الشخصية: ٢٥٪ .

٦. نظام الدراسة

بالإضافة إلى اللائحة الموحدة للدراسات العليا بالجامعات السعودية في المواد ٢٠-٢٣ و ٣٢-٤٠، فإن نظام الدراسة في القسم يخضع للمعايير التالية:

١. يحق للقسم أن يشترط لقبول الطالب في برنامج الدكتوراه اجتياز عدد من المقررات التكميلية (لا تحسب ضمن برنامج الدكتوراه)، بناءً على سجله الأكاديمي.
٢. يجب إنهاء جميع المقررات التكميلية بنجاح خلال فصلين دراسيين قبل الشروع في برنامج الدكتوراه.

٣. يتم تحديد مرشد علمي لكل طالب في برنامج الدكتوراه عند شروعه في البرنامج وذلك من قبل لجنة الدراسات العليا وتكون مهمة المرشد توجيه الطالب ومساعدته في تخطيط برنامجه الأكاديمي.

٤. تكون الدراسة في برنامج الدكتوراه في الرياضيات بنظام (المقررات الدراسية + الرسالة) .

٥. عدد الوحدات الدراسية المقررة لبرنامج الدكتوراه في الرياضيات ثلاث وأربعون وحدة دراسية موزعة على ثمانية فصول دراسية.

٦. المدة المقررة للحصول على درجة الدكتوراه في الرياضيات لا تقل عن ثمانية فصول دراسية ولا تزيد عن عشرة فصول دراسية، ولمجلس الكلية التوصية بالتمديد في حالات استثنائية بما لا يزيد عن فصلين دراسيين.

٧. يتألّف البرنامج من أحد عشر مقرراً دراسياً – بواقع ثلاث ساعات معتمدة لكل مقرر – بالإضافة للاختبارات الشاملة وكذلك الرسالة التي تحسب عشر ساعات معتمدة.

٨. جميع الطلاب في البرنامج يسجلون في الفصل الأول ثلاثة مقررات عامة إجبارية وهي: ريض ٧١١، ريض ٧١٣ و ريض ٧٢١.

٩. بعد اجتياز مقررات الفصل الأول، يتخصص الطالب في أحد المسارين المتاحين في البرنامج: مسار الرياضيات البحتة أو مسار الرياضيات التطبيقية.

١٠. في الفصل الثاني يسجل الطالب ثلاثة مقررات إجبارية حسب مساره التخصصي على النحو التالي:

مسار الرياضيات البحتة:

١) ريض ٧١٥.
٢) ريض ٧٢٢.
٣) ومقرر ثالث يختاره الطالب من المقررين: ريض ٧٢٣ أو ريض ٧٧١.

مسار الرياضيات التطبيقية:

١) ريض ٧٣٣.
٢) ريض ٧٤١.
٣) ومقرر ثالث يختاره الطالب من المقررين: ريض ٧٠١ أو ريض ٧١٥.

المقررات المتبقية ضمن مسار الرياضيات البحتة ومسار الرياضيات التطبيقية يمكن تسجيلها كمقررات اختيارية ضمن القائمة (أ) والقائمة (ب) على التوالي.

١١. بعد اجتياز الطالب لمقررات الفصل الثاني يحدد له مشرف بحثي لأجل مساعدته في تحديد موضوع الرسالة ومن ثم في اختيار المقررات الاختيارية اللاحقة.

١٢. في الفصل الثالث يسجل الطالب بالتشاور مع مشرفه البحثي وبموافقته ثلاثة مقررات اختيارية حسب مساره التخصصي.

١٣. يسجل طالب مسار الرياضيات البحتة مقررين اختياريين على الأقل ضمن القائمة (أ)، ومقرراً واحداً على الأكثر من القائمة (ب).

١٤. يسجل طالب مسار الرياضيات التطبيقية مقررين اختياريين على الأقل ضمن القائمة (ب)، ومقرراً واحداً على الأكثر من القائمة (أ).

١٥. لا يحق للطالب اختيار مقرر قد درس ما يناظره في مرحلة الماجستير.
١٦. إذا رسب الطالب في مقرر إجباري فعليه إعادة التسجيل في ذلك المقرر والنجاح فيه.
١٧. إذا رسب الطالب في مقرر اختياري يحق له اختيار مقرر اختياري آخر بديلاً عنه ضمن مساره التخصصي.
١٨. يسجل الطالب في الفصل الرابع - بعد نجاحه في جميع المقررات السابقة المطلوبة مقرر "قراءة وبحث ١" (ريض٧٩١).
١٩. تتألف الاختبارات الشاملة من اختبارين تحريريين واختبار شفهي.
٢٠. تكون الاختبارات التحريرية الشاملة على النحو التالي:
مسار الرياضيات البحتة: اختبار في " التحليل " وآخر في " الجبر ".
مسار الرياضيات التطبيقية: اختبار في " التحليل " وآخر في "المعادلات التفاضلية الجزئية والتحليل العددي" .
٢١. يسجل الطالب في الاختبارين التحريريين الشاملين خلال الفصل الدراسي الرابع.
٢٢. إذا رسب الطالب في أحد الاختبارين التحريريين الشاملين أو كليهما فيحق له إعادة الاختبار (أو الاختبارين) مرة واحدة فقط على الأكثر.
٢٣. بعد النجاح في الاختبارين التحريرين الشاملين، يسجل الطالب رسالة الدكتوراه.
٢٤. يسجل الطالب في الفصل الخامس مقرر "قراءة وبحث ٢ " (ريض ٧٩٢).
٢٥. يقدم الطالب الاختبار الشامل الشفهي في تخصصه الدقيق عند نهاية الفصل الخامس.
٢٦. إذا رسب الطالب في الاختبار الشامل الشفهي فيحق له إعادة الاختبار مرة واحدة على الأكثر.
٢٧. الطلاب من ذوي الاحتياجات الخاصة يمكن السماح لهم بأخذ مقررين اثنين فقط في كل فصل بتوصية من المرشد العلمي وبعد موافقة لجنة الدراسات العليا بقسم الرياضيات والإحصاء.
٢٨. لغة الدراسة والاختبارات والرسالة هي اللغة الإنجليزية.

٧. سياسة التقييم

١. درجة النجاح في أي مقرر من برنامج الدكتوراه هي ٧٠ درجة فأعلى من ١٠٠ درجة.

٢. درجة النجاح في الاختبارات الشاملة هي ٧٠ درجة فأعلى من ١٠٠ درجة لكل اختبار.

٣. تجرى الاختبارات التحريرية الشاملة والاختبار الشفهي الشامل مرتين في السنة.

٤. لكل اختبار من مواضيع الاختبارات الشاملة، تقوم لجنة الدراسات العليا بتشكيل لجنة خاصة بإعداد وإجراء الاختبار. وتتشكل اللجنة من ثلاثة أعضاء على الأقل ممن تنطبق عليهم شروط الإشراف.

٥. تقوم لجنة الدراسات العليا بتشكيل لجنة لإجراء الاختبار الشفهي في كل موضوع من مواضيع الاختبار الشامل. وتتشكل اللجنة من ثلاثة أعضاء على الأقل ممن تنطبق عليهم شروط الإشراف، على أن يكون من بين أعضائها المشرف البحثي للطالب.

٨. طي القيد

بالإضافة إلى اللائحة الموحدة للدراسات العليا بالجامعات السعودية (UGSP)، يلغى قيد الطالب في الحالات التالية:

١. إذا تم قبول الطالب في البرنامج ولم يسجل في الفترة المحددة للتسجيل.

٢. إذا لم يجتز الطالب المقررات التكميلية، بمعدل تراكمي لا يقل عن جيد جداً، خلال فصلين دراسيين.

٣. إذا انسحب الطالب أو انقطع عن الد راسة لمدة فصل دراسي دون عذر نظامي يقبله القسم.

٤. إذا انخفض معدل الطالب التراكمي عن تقدير جيد جداً في فصلين دراسيين متتاليين.

٥. إذا رسب الطالب مرتين في أحد المقررات.

٦. إذا لم يجتز الطالب أحد الاختبارين التحريريين الشاملين أو كليهما بعد استنفاد فرصة الإعادة.

٧. إذا لم يجتز الطالب الاختبار الشفهي بعد استنفاد فرصة الإعادة.

٨. إذا قررت لجنة الحكم على الرسالة عدم صلاحيتها للمناقشة أو قررت عدم صلاحيتها العلمية بعد المناقشة.

٩. إذا لم يستكمل الطالب متطلبات الحصول على درجة الدكتوراه خلال عشرة فصول دراسية، ولمجلس الكلية حق التمديد للطالب فصلين دراسيين إضافيين.

٩. قائمة المقررات

المقررات الإجبارية (كلا المسارين البحتة والتطبيقية)

١. ريض ٧١١: المقياس والتكامل.

٢. ريض ٧٢١: الزمر والحقول.

٣. ريض ٧١٣: تحليل مركب.

٤. ريض ٧٩١: قراءة وبحث (١).

٥. ريض ٧٩٢: قراءة وبحث (٢).

٦. ريض ٧٩٩: رسالة الدكتوراه.

المقررات الإجبارية (مسار الرياضيات البحتة)

١. ريض ٧١٥: تحليل دالي.

٢. ريض ٧٢٢: الحلقات والحلقيات.

٣. أحد المقررين: ريض ٧٢٣ (نظرية الأعداد) أو ريض ٧٧١ (التوبولوجي الجبري).

المقررات الإجبارية (مسار الرياضيات التطبيقية)

١. ريض ٧٣١: معادلات تفاضلية جزئية متقدمة.

٢. ريض ٧٤١: تحليل عددي متقدم.

٣. أحد المقررين: ريض ٧٠١ (نظرية الإحتمالات) أو ريض ٧١٥ (تحليل دالي).

المقررات الاختيارية - القائمة (أ)

١. ريض ٧١٧: التحليل التوافقي.
٢. ريض ٧٢٤: نظرية الأعداد الجبرية.
٣. ريض ٧٢٥: نظرية جالوا والحقول.
٤. ريض ٧٢٦: نظرية الأعداد التحليلية.
٥. ريض ٧٢٧: الجبر الإبدالي.
٦. ريض ٧٢٨: تمثيل الزمر.
٧. ريض ٧٢٩: الجبر الهومولوجي.
٨. ريض ٧٣٣: المعادلات التفاضلية والأنظمة الديناميكية.
٩. ريض ٧٥١: التوافقات.
١٠. ريض ٧٧٣: هندسة جبرية.
١١. ريض ٧٧٥: الهندسة التفاضلية.
١٢. ريض ٧٧٧: مقدمة في المانيفولدات.
١٣. ريض ٧٨١: مواضيع في الرياضيات البحتة (١).
١٤. ريض ٧٨٥: مواضيع في الرياضيات البحتة (٢).

المقررات الاختيارية - القائمة (ب)

١. ريض ٧٠٣: المعادلات التفاضلية العشوائية.
٢. ريض ٧٠٥: الأنظمة الديناميكية العشوائية.
٣. ريض ٧٣٣: المعادلات التفاضلية والأنظمة الديناميكية.
٤. ريض ٧٣٥: المعادلات التكاملية.
٥. ريض ٧٣٧: التحليل غير الخطي.
٦. ريض ٧٣٩: حساب المتغيرات.
٧. ريض٧٤٣: الطرق الطيفية.
٨. ريض٧٤٥: التوافقية العددية.
٩. ريض ٧٤٧: نظرية التقريب.
١٠. ريض ٧٥٣: الأمثلية التوافقية.
١١. ريض ٧٥٥: نظرية الأشكال وتطبيقاتها.
١٢. ريض٧٦٦: ميكانيكا الموائع الرياضية.
١٣. ريض ٧٨٣: مواضيع في الرياضيات التطبيقية (١).
١٤. ريض ٧٨٧: مواضيع في الرياضيات التطبيقية (٢).

١٠. خطة الدراسة

السنة الأولى

الفصل الأول: عام

	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرت	مختبر	تمارين
الفصل الأول	ريض ٧١١	المقياس والتكامل	3	3	0	0
	ريض ٧٢١	الزمر والحقول	3	3	0	0
	ريض ٧١٣	تحليل مركب	3	3	0	0
			9	9		

الفصل الثاني: مسار الرياضيات البحتة

	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
الفصل الثاني	ريض ٧١٥	تحليل دالي	3	3	0	0
	ريض ٧٢٢	الحلقات والحلقيات	3	3	0	0
	ريض ٧٢٣ أو ريض ٧٧١	نظرية الأعداد أو التوبولوجي الجبري	3	3	0	0
			9	9		

الفصل الثاني: مسار الرياضيات التطبيقية

	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
الفصل الثاني	ريض ٧٣١	معادلات تفاضلية جزئية متقدمة	3	3	0	0
	ريض ٧٤١	تحليل عددي متقدم	3	3	0	0
	ريض ٧٠١ أو ريض ٧١٥	نظرية الإحتمالات أو تحليل دالي	3	3	0	0
			9	9		

السنة الثانية

الفصل الثالث: مقررات اختيارية

الفصل الثالث	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
	ريض xxx	مقرر اختياري	3	3	0	0
	ريض xxx	مقرر اختياري	3	3	0	0
	ريض xxx	مقرر اختياري	3	3	0	0
			9		9	

الفصل الرابع: الاختبار الشامل التحريري

الفصل الرابع	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
	ريض ٧٩١	قراءة وبحث (١)	3	3	0	0
	الاختبار الشامل التحريري					

السنة الثالثة

الفصل الخامس: الاختبار الشامل الشفهي

الفصل الخامس	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
	ريض ٧٩٢	قراءة وبحث (٢)	3	3	0	0
	ريض ٧٩٩	رسالة الدكتوراه	0	0	0	0
	الاختبار الشامل الشفهي					

الفصل السادس: رسالة الدكتوراه

الفصل السادس	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
	ريض ٧٩٩	رسالة الدكتوراه	0	0	0	0

السنة الرابعة

الفصل السابع: رسالة الدكتوراه

الفصل السابع	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
	ريض ٧٩٩	رسالة الدكتوراه	0	0	0	0

الفصل الثامن: مناقشة رسالة الدكتوراه

الفصل الثامن	رمز المقرر ورقمه	اسم المقرر	عدد الوحدات	محاضرات	مختبر	تمارين
	ريض ٧٩٩	رسالة الدكتوراه	10	0	0	0
	مناقشة رسالة الدكتوراه					

١١. توصيف المقررات

MAT 701 Probability Theory

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second/Third	First/Second	Mandatory/Elective	AM/List B	3

Syllabus

Basics of Measure Theory, Foundation of Probability, Inequalities for Moments and Probabilities, Independence, Borel–Cantelli Lemma and Zero-one Law, Modes of Probabilistic Convergence, Relationships Between Forms of Convergence, Series of Independent Random Variables, Laws of Large Numbers, Characteristic Functions and Central Limit Theorem, Applications, Conditioning and Martingales.

References

1. R. Leadbetter et al., A Basic Course in Measure and Probability, Theory for Applications, Cambridge University Press, 2014.
2. G. Tucker, A Graduate Course in Probability, Probability and Mathematical Statistics, Dover publicaons, 2014.
3. E. Cınlar, Probability and Stochastics, Graduate Texts in Mathematics, 261, Springer, 2011.

MAT 703 Stochastic Differential Equations

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Basics on Probability Theory, Introduction to Continuous-Time Stochastic Process, Definition of Brownian motion, Stochastic Calculus on Brownian motion. Stochastic Integral; Ito integral and its Properties. Ito Formula; Stochastic Calculus, the Martingale Representation Theorem. Stochastic Differential Equations, Existence and Uniqueness of (strong) Solutions, Some Resolution Methods.

References

1. B. Oksendal, Stochastic Differential Equations, 6th Edition, Springer-Verlag, 2006.
2. H.H. Kuo, Introduction to Stochastic Integration, Springer-Verlag 2006.
3. P.E. Kloeden and E. Platen, Numerical Solutions of Stochastic Differential Equations, Springer-Verlag, 2013.

MAT 705 Random Dynamical Systems

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Infinite Dimensional Dynamical Systems (DS), Translation Shift, Wiener Shift. Cocycles Over DS; Random Dynamical Systems (RDS), Linear RDS, Continuous RDS. Random Iteration, Random Differential Equations, Stochastic Differential Equations. Invariant Measures for RDS, Random Fixed Points.

References

1. L. Arnold, Random Dynamical Systems, Springer-Verlag, 1998.
2. R. Bhattacharya and M. Majumdar, Random Dynamical Systems: Theory and Applications, Cambridge Univ. Press, 2007.
3. A. Swischuk and S. Islam, Random Dynamical System in Finance, CRC Press, Taylor and Francis Group, 2013.

MAT 711 Measure and Integration

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
First	First	Mandatory	General	3

Syllabus

Abstract Measure Theory, Types of Convergence, Signed Measures, Invariant Measure, Decomposition of Measures, Integration Theory, L1 Space, Convergence Theorems. Lp Spaces, the Riesz Representation Theorem, Density and Approximation Theorems, Separability, Weak Convergence, Product Measure, Fubini and Tonelli Theorems and Application, The Radon-Nikodym Theorem, The Vitali-Hahn-Saks Theorem.

References

1. H. L. Royden and Patrick M. Fitzpatrick, Real Analysis, 4th Edition, Prentice Hall, 2010
2. R.F. Bass, Real Analysis for Graduate Students, Version 3.1, 2016
3. W. Rudin, Real and Complex Analysis, (Higher Mathematics Series), McGraw Hill, 3rd Edition, 1987
4. L.F. Richardson, Measure and Integration, A Concise Introduction To Real Analysis, John Wiley & Sons, 2009.

MAT 713 Complex Analysis

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second	First	Mandatory	PM	3

Syllabus

Cauchy-Riemann Theorem, Analytic, Entire Functions, Liouville's Theorem. Laurent series, Residue Theorem, Rouche's Theorem and The Inverse of Analytic Function, The Identity Theorem, Maximum Modulus Theorem. Conformal Mapping and The Riemann Mapping Theorem, Mobius Transformations, Runge's and Mittag-Leffler Theorems. Harmonic Functions, Laplace's Equation, Poisson Integral Formula, Schwarz Reflection Principle.

References

1. J. Conway, Functions of One Complex Variable, GTM, Springer-Verlag 1978.
2. W. Rudin, Real and Complex Analysis, McGraw-Hill 1987.G. McCarty; Topology, Dover 2003.
3. L. Ahlfors, Complex Analysis, McGraw-Hill 1966.

MAT 715 Functional Analysis

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second/Third	First/Second	Mandatory/Optional	PM-AM/ List B	3

Syllabus

Review of Banach spaces, Duality, Weak Topologies, Mazur's Theorem, Krein-Milman Theorem, Compactness and the Weak Topology, Alaoglu's Compactness Theorem, Weak Sequential Compactness, Eberlein-Smulian Theorem, Continuous and bounded Linear Operators, Orthonormal Bases in Hilbert Spaces, Adjoint Operators, Normal and Self Adjoint Operators, Symmetry Operators, Compact Operators, Spectral Theorems and Applications: Hilbert-Schmidt Theorem, Riesz-Schauder Theorem, Fredholm Alternative Theorem.

References

1. H. Brezis: Functional Analysis, Sobolev spaces, and Partial Differential Equations, Springer, New York, 2010.
2. P. Lax, Functional Analysis with Applications, John Wiley & Sons, 2002.
3. Y. Eidelman, V. Milman, and Tsolomitics, Functional Analysis, An Introduction, Graduate Texts in Mathematics, American Mathematical Society, 2004.
4. J. Cerda, Linear functional Analysis, Graduate Texts in Mathematics, American Mathematical Society, 2010.

MAT 717 Harmonic Analysis

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Banach Algebra, Gelfand Theory, Topological Groups. Locally Compact Abelian Groups, Topology on Locally Compact Abelian Groups, Haar Measure, Convolutions. Representation Theory, Analysis on Locally Compact Groups, The Dual and The Character Group, The Pontryagin Duality Theorem, The Bohr Compactification, The Bochner & The Plancherel Theorems. Fourier Series on Compact Groups.

References

1. G.B. Folland, A Course in Abstract Harmonic Analysis, CRC Press, 1995.
2. Y. Katznelson, An Introduction to Harmonic Analysis, Cambridge Library, 3rd edition, 2004.
3. H. Reiter and J.D. Stegeman, Classical Harmonic Analysis and Locally Compact Groups (London Mathematical Society Monographs), 2nd edition, Oxford University, 2001.

MAT 721 Groups and Fields

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
First	First	Mandatory	General	3

Syllabus

Groups: Review of Basics, Chain Conditions and Krull-Schmidt Theorem, Free Group, Group Presentation, Proof of The fundamental theorem of finitely generated abelian groups, Nilpotent groups, Normal Series and Jordan-Holders theorem, Solvable Groups, Simple Groups with applications.
Fields: Review of basics, Splitting extension fields, Algebraic closure, Separable and Normal field extensions, The fundamental theorem of Galois, The Galois group of a polynomial, Cyclic and Cyclotomic field extensions, Radical field extension, Insolubility of the quintic, The Symmetric Polynomials and Insolubility of the General polynomial.

References

1. T. Hungerford, Algebra, GTM, Springer-Verlag 1974.
2. D. Dummit and R. Foote, Abstract Algebra, John Wiley 2004.
3. J. Weckless, A First Graduate Course in Abstract Algebra, Marcel Dekker, 2004.

MAT 722 Rings and Modules

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second	First	Mandatory	PM	3

Syllabus

Basic definitions, Submodules and Quotient Modules, Direct Product and Direct Sum of Modules, Free Modules, Modules over PID, Noetherian and Artinian Modules, Composition Series and Jordan- Holders theorem, Simple Rings and Simple Modules, Semi-simple Rings, Wedderburn-Artin Theorem, Exact sequences, Projective and injective modules, Tensor products, flat modules, Algebras, Semisimple , simple and division algebras, Group Algebra and Maschke's theorem.

References

1. T. Hungerford, Algebra, GTM, Springer-Verlag 1974.
2. J. Weckless, A First Graduate Course in Abstract Algebra, Marcel Dekker, 2004.
3. D. Dummit & R. Foote, Abstract Algebra, John Wiley 2004.
4. T.-Y. Lam, Lectures on Modules and Rings, Springer, 1999.

MAT 723 Theory of Numbers

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second/Third	First/Second	Mandatory/Elective	PM/ListA	3

Syllabus

Quadratic Residues, Legendre Symbol, Gauss Lemma, Quadratic Reciprocity Law, Jacobi Symbol, Quadratic Forms, Equivalence of Quadratic Forms and Reduced Quadratic Forms, Quadratic Representation.
Algebraic Number and Algebraic Integer, Number Fields and Rings of Integers, Q-Basis of a Number Fields and Integral Basis of a Ring of Integers, Conjugates and Discriminants, Irreducible Integers and the Norm of an Integer, Units of Quadratic Fields and their Rings of Integers, Calculations of Integral Basis for Some Number Fields of Degree Three and Four, Unique Factorization in Rings of Integers, Examples of Nonunique Factorization in Rings of Integers, Kummer-Dedekind Theorem, Fractional and Invertible Ideals, Factorization of Ideals as Product of Prime Ideals, The Class Group and Class Number of The Ring of Integers, The Norm of an Ideal, Continued Fractions and Applications.

References

1. F. Jarvis, Algebraic number theory, Springer 2014.
2. I. Stewart and D. Tall, Algebraic number theory and Fermat's Last Theorem, 3rd Ed., Peters Natick 2002.
3. I. Niven and others, An Introduction to the Theory of Numbers, 5thEd., Wiley, 1991.

MAT 724 Algebraic Number Theory

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Finite Fields, Gauss sums, Quadratic forms, Lattices, Minkowski's Theorem, Numbers Fields, The Class Group, Applications to Diophantine Equations, Dirichlet's Unit Theorem, Zeta functions, L-series, Dirichlet's Theorem on Primes in Arithmetic Progressions, p-adic Numbers and p-Adic Fields, Equations over a Finite Field, Elliptic Curves, Rational Points on Elliptic Curves, Modular Forms.

References

1. J. Marcus, Number Fields, Universitext, Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
2. G.Janusz, Algebraic Number Fields, AMS GSM vol. 7, 1996.
3. J. Neukirch, Algebraic Number Theory, Springer-Verlag, Berlin, 1999.

MAT 725 Galois Theory and Fields

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Infinite Galois Extensions, Krull Topology on Galois Extensions, The Fundamental Theorem of Infinite Galois Extensions, Infinite Galois Group as Inverse Limit, Algebraic Independence, Transcendence Base and Transcendence Degree, Purely Transcendental Extensions, Linear Disjointness and Separability, Preordered and Ordered Fields, Real Closed Fields, Artin- Schreie Theorem, Totally Positive Element, Artin's Solution of Hilbert's 17th Problem.

References

1. F. Lorenz, Algebra I, Fields and Galois Theory, Springer-Verlag 2006.
2. F. Lorenz, Algebra II, Fields and Structures, Springer-Verlag 2008.
3. M. Nagata, Theory of Commutative Fields, AMS 1993.

MAT 726 Analytic Number Theory

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Analytic continuation of the Riemann Zeta function, Prime Number Theorem, Mertens's Theorems, Properties of Arithmetic Functions (Euler, Mangolt, Mobius), Dirichlet Characters and L-functions, Non-vanishing of L-functions, the Dirichlet Theorem on Arithmetic Progressions, Sums of Squares, Class Numbers, Siegel's Estimate, Dirichlet Class Formula for quadratic Numbers Fields, The Circle Method of Hardy-Littlewood, Gauss Sums, Exponential Sums, Weil's Bound, Waring's Problem, Sieve Theory, Brun Sieve, Selberg's Sieve, Large Sieve, The Bombieri-Vinogradov Theorem.

References

1. T. Apostol, Introduction to Analytic Number Theory, Springer; 1st ed. 1976.
2. J. De Koninck, Analytic Number Theory, American Mathematical Society (GSM) 2012.
3. M. Overholt, A Course in Analytic Number Theory, American Mathematical Society (GSM) 2014.

MAT 727 Commutative Algebra

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Primary Decompositions in Noetherian Rings, Rings and Modules of Quotients, Artin-Rees Lemma and Krull Intersection Theorem, Nakayama Lemma, Tensor Product and Flatness, Hereditary, Semi Hereditary Rings and Coherent Rings, Integral and Complete Integral Extensions, Krull Dimension, Valuation Rings, Krull Domains, Prufer Domains and Dedekind Domains, Arithmetical Rings, Macaulay and Regular Rings.

References

1. M. Larson, Multiplicative Theory of Ideals, Academic Press 1971.
2. I. Kaplansky, Commutative Rings, Chicago University Press 1974.
3. R. Gilmer, Multiplicative Ideal Theory, Queens Papers in Math 1992.

MAT 728 Group Representation

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

In-Depth Treatment of Topics from Group Representation Theory, Regular and Permutation Representations, Irreducible and Completely Irreducible Modules, Maschke's Theorem and Schur'e Lemma, Computing Character Tables, Restricted, Lifted and Induced Characters, Tensor Products of Characters with Applications.

References

1. G. James and M. Liebeck, Representations and Characters of Groups; 2nd ed., Cambridge 2001.
2. M. Burrow, Representation Theory of Finite Groups; Dover Pub. 2011.
3. L. Dornhoff, Group Representation theory - Part A; Marcel Dekker 1971.

MAT 729 Homological Algebra

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Categories and Functors, Covariant and Contavariant Functors, Additive Functors, Exact and Split Exact Sequences, Natural Equivalence of Functors, Categories of Modules, Hom and Tensor Functors, Free, Projective, Injective and Flat Modules, Chain and Cochains Complexes, Homolgy and Cohomolgy Groups, The Long Exact, Projective, The Derived Functor, Tor and Ext Functors and Their Properties.

References

1. M. Osborne, Basic Homological Algebra, GTM, Springer-Verlag 2000.
2. P. Hilton and U. Stammbach, A course in Homological Algebra, GTM, Springer-Verlag 1997.
3. J. Rotman, An Introduction to Homological Algebra, GTM, Springer-Verlag 2009.

MAT 731 Advanced Partial Differential Equations

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second	First	Mandatory	AM/List B	3

Syllabus

Weak Derivatives, Sobolev Spaces, Sobolev Embeddings Theorems, General Inequalities in Sobolev Spaces, The Dual Space, The Space H^1, Approximation by Smooth Functions, Traces, Variational Formulation of Some Boundary Value Problems for Linear PDEs, Lax-Milligram Theorem, Weak Solutions for Partial Differential Equations, Existence of Weak Solutions, Regularity, Maximum Principles.

References

1. L. C. Evans, Partial Differential Equations; American Mathematical Society, 2nd Ed. 2010.
2. H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces, and Partial Differential Equation, Springer 2011.
3. R McOwen, Partial Differential Equations, Methods and Applications; 2nd Ed. 2002.

MAT 733 Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM	3

Syllabus

ODEs: Existence of Local and Global Solutions, Dependence on Data, Maximal and Minimal Solutions, Comparison Theorem, Gronwall's Inequality, Sufficient Conditions for Uniqueness.
Systems of ODEs: Solutions of Linear Systems with Constant Coefficients, Linear Systems with Periodic Coefficients, Floquet's Theory, Linear Hamiltonian Systems, Poincare's Map.
Dynamical Systems: Stability of Dynamical Systems, Lyapunov Functions, Stability of Linear and Perturbed Linear Systems, Lyapunov's Direct Method, Asymptotic Behavior and Stability, Stability of Periodic Orbits, Poincare-Bendixon Theorem.

References

1. P.F. Hasieh, Y. Sibuya, Basic Theory of Ordinary Differential Equations. Universitext. Springer-Verlag, New York, 1999.
2. L. Perko, Differential Equations and Dynamical Systems; Texts in Applied Mathematics, vol. 7, Springer, 3rd Edition, 2001.
3. M.W. Hirsch, S. Smale, and R.L. Devaney, Differential Equations, Dynamical Systems, and Introduction to Chaos; Academic Press, Elsevier, 3rd Edition, 2013
4. F. Brauer, J. Nohel, The Qualitative Theory of ODE, An Introduction, Dover Publications, 1989.

MAT 735 Integral Equations

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Introductory Concepts, Fredholm and Volterra Integro-Differential Equations, Singular Equations, Converting Equation to ODE and Vice-Versa, Fredholm and Volterra Integral Equations of the First Kind, Decomposition, Computation, Approximation and Regularization Method, Singular Integral Equations and Generalized Abel's Integral Equation, Nonlinear Fredholm and Volterra Integral Equations and Method of Regularization, Applications, Volterra Integral Form of Lane-Emden Equation, Schlömilch's Integral Equation, Bratu-Type Problems, Systems of Fredholm and Volterra Integral Equations.

References

1. A.M. Wazwaz, Linear and Nonlinear Integral Equations, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
2. A.J. Jerri, Introduction to Integral Equations with Applications, John Wiley and Sons, 2nd Edition, 1999
3. M. Rahman, Integral Equations and their Applications, WIT Press, 2007.

MAT 737 Nonlinear Analysis

Semester	***Year***	***Type***	***Track/List***	***Credit Hours***
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Banach's Contraction Principle in Complete Metric Spaces, Ekeland's Variational Principle, Nonlinear Contractions, Brouwer's Fixed Point Theorem and Applications, Schauder's Fixed Point Theorem and Applications, Homotopy and Continuation Methods, The Krasnosel'skii Fixed Point Theorem of Cone Expansion and Compression, Sum of Nonlinear Operators, Applications to IVPs and BVPs for ODEs and PDEs, Nonlinear Integral Equations.

References

1. K.C. Chang, Methods in Nonlinear Analysis, Springer, Berlin, 2005.
2. P. Drakek and J. Minolta, Methods of Nonlinear Analysis; Birkhauser, Springer, Basel, 2013.
3. A. Granas and J. Dugundji, Fixed Point Theory, Springer Monographs in Mathematics, Springer, 2003.

MAT 739 Calculus of Variations

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Differential Calculus in Banach Spaces, Potential Operators, Integral Representation, Basic concepts, Direct Methods of the Calculus of Variations, Existence of Minimizers, Weak Solutions, Euler-Lagrange Equations, Minimax Methods, Ekeland's Variational Principle, Deformation Lemmas, Mountain Pass Theorem, Relaxation and Quasi-Convexity, Gamma Convergence, Solvability of Nonlinear Equations in Hilbert Spaces.

References

1. B. Dacorogna, Introduction to the Calculus of Variations; Imperial College Press, London, 2004.
2. D. Motreanu, V.V. Motreanu, and N. Papageorgiou, Topological and Variational Methods with Applications to Nonlinear Boundary Value Problems, Springer, 2014.
3. L.C. Evans, Partial Differential Equations; Graduate Studies in Mathematics, Providences, RI, 2010.

MAT 741 Advanced Numerical Analysis

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second	First	Mandatory	AM/List B	3

Syllabus

Finite Differences: Approximation of First and Second Order Derivatives, One-Sided Finite Differences, Analysis of Truncation Error, Higher Order Approximation, Example of 1D and 2D Poisson Equation, Treatment of Complex Geometries, Evolution Problems, Analysis of Stability.
Finite Elements: Galerkin Approximation, Mathematical Formulation of FEM, Examples of Elements, P1 Elements, Conforming and Nonconforming Elements, Convergence, Shape Functions and Stiffness Matrix, Applications to Engineering Problems.
Computer Implementation: Applications to engineering problems.

References

1. R. Leveque, Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations; Steady-State and Time-Dependent Problems, SIAM, 2007.
2. T. Chandrupatla and A. Belegundu, Introduction to Finite Elements in Engineering; International Edition, Pearson, 2012.
3. S. Brenner and R. Scott, The Mathematical Theory of Finite Element Methods; Springer, 3rd Ed. 2008.

MAT 743 Spectral Methods

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Fourier Collocation Method For PDEs, Review on Time Discretization Methods, Chebyshev Collocation Methods, Legendre Collocation Method, Fourier Spectral and Pseudo-Spectral Method, Legendre-Galerkin Method, Chebyshev-Galerkin Method, Iterative Methods and Pre-Conditioning, Spectral-Galerkin for Higher Order Equations, Error Estimates, Spectral Methods in Unbounded Domains (Hermite Spectral Methods, Laguerre Spectral Methods, Spectral Methods with Rational Functions), Spectral Methods in Multi-Dimensional Domains, Applications.

References

1. Jie Shen and Tao Tang, Spectral and High-Order Methods with Applications; Science Press, China, 2006.
2. Lloyd N. Trefethen, Spectral Methods in Matlab, SIAM, USA, 2000
3. C Canuto et al., Spectral Methods, Fundamentals in single domains, Springer-Verlag, Berlin, 2006 (Can be found as electronic resource at NUS central library.)

MAT 745 Numerical Optimization

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

The Basic Optimization Problem, Necessary and Sufficient Conditions For Local Minima and Maxima, Classification of Stationary Points, Convex and Concave Functions, Optimization of Convex Functions, One-Dimensional Optimization, Unconstrained and constrained Optimization, Multidimensional Gradient Methods, Karush Kuhn and Tucker Theorem, Lagrange Multipliers, Conjugate-Direction Methods, Quadratic and Convex Programming, General Nonlinear Optimization Problems, Primal and Dual SDP Problems.

References

1. Andreas Antoniou, Wu-Sheng Lu, practical optimization Algorithms and Engineering Application, Springer, 2007
2. J. Nocedal and S. J. Wright, Numerical Optimization; Springer, 2nd Ed. 2006.
3. N. Gould and S. Leyffer, An introduction to algorithms for nonlinear optimization; Springer 2003.
4. S. Chandra, Jayadev and Aparna Mehra, Numerical Optimization with Applications, Alpha Science Intl Ltd; 1st Ed., 2009.

MAT 747 Approximation Theory

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Best Approximation in Normed Linear Spaces, Basic Concepts, Lagrange and Hermite Interpolation, Approximate Solution of Over-Determined System of Linear Equations, Error Analysis, Orthogonal Polynomials, Linear Approximation of Continuous Functions in Chebyshev and Least Squares Norms, Rational Approximation, Piecewise Polynomial Approximation, Cubic and B-Splines.

References

1. N.I. Achieser, Theory of Approximations, Dover, NY, 1992 (2004).
2. M.J.D. Powell, Approximation Theory and Methods, Cambridge 1981.
3. E. W. Cheney, An Introduction to Approximation Theory, American Mathematical Society, 1999.

MAT 751 Combinatorics

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Counting and Inclusion Exclusion Principles, Real Factorials and Stirling's Formula, Stirling Numbers of First and Second Kinds, Group Class Equation and Cycle Index Theorem, Counting By Permutation Methods, Burnside's Theorem, Identities and Expansions, General and Multivariate Generating Functions, Recurrence Relations, Partitions of Integers, Ramsey Theorem with Applications.

References

1. C. Charalambides, Enumerative Combinatorics, Chapman and Hall/CRC, 2002.
2. M. Aigner, A Course in Enumeration, Springer, 2007.
3. J. Van, R. Wilson, A Course in Combinatorics, Cambridge University Press, 2001.

MAT 753 Combinatorial Optimization

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Problems and Algorithms, Measuring Running Times, Some Polynomial Problems, Optimal Matchings, Integral Polyhedra, Polyhedral Combinatorics, The Traveling Salesman Problem, Cutting Planes, Branch and Cut, Introduction to Matroids, NP and NP-Completeness, Problems, Algorithms and Running Time, The Class NP, The Class NP-Complete.

References

1. W. Cook, W. Cunningham, W. Pulleyblank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, Wiley-Blackwell, 1997.
2. B. Korte, and J. Vygen, Combinatorial Optimization, Springer, 2012.
3. C. Papadimitriou and K. Steiglitz, Combinatorial Optimization, Algorithms and Complexity, Dover Publications Inc., 2000.

MAT 755 Graph Theory and Applications

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Review of Graph Theory Basics, Forests and Trees, Fundamental Cycles and Bonds, Cotrees, Cut Vertices, Nonseparable Graphs, Transportation Networks, Multicommodity Flows, Computational Complexity, The Class P, The Classes NP and Co-NP, NP-Hard Problems, Approximation Algorithms, Greedy Heuristics, Isomorphism-Completeness.

References

1. J. A. Bondy and U. S. R. Murty, Graph Theory; 1st edition, Springer Verlag, 2008.
2. R. J. Wilson, Introduction to Graph Theory; 4th edition, Pearson Education, 2003.
3. J. L. Gross, J. Yellen, and P. Zhang (editors), Handbook of Graph Theory; 2nd edition, Chapman and Hall/CRC, 2013.

MAT 766 Mathematical Fluid Mechanics

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	AM/List B	3

Syllabus

Vectors, Tensors, Derivative Operators, Gradients, Divergence, Convective Derivatives, Conservation of Mass and Momentum, Projection Formula for Euler Equation, Energy and Vorticity Equation, Newtonian Fluid and Derivation of Navier Stokes Equation, Boussinesq Approximation and Condition For Rayleigh-Benard Convection, Plane Couette Flow and Stability of this Flow, Use of some Numerical Method to Solve the Differential Equation Resulting From Stability of Plane Couette Flow, and Finally Use of Faedo-Galerkin Method to Obtain The Existence of Weak Solution for Incompressible Navier Stokes Equation.

References

1. C. Doering, and J.D. Gibbon, Applied Analysis of the Navier-Stokes Equations, Cambridge University Press, 1995.
2. Majda, and A. Bertozzi, Vorticity and Incompressible Flow, Cambridge University Press, 2002.
3. Chorin, and J.E. Marsden, A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics, Springer, 3rd Edition, 1993.

MAT 771 Algebraic Topology

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Second/Third	First/Second	Mandatory/Elective	PM/List A	3

Syllabus

Local Finitness and Metrization Theorems, Paracompactness, Function Spaces, Compact Convergence, Arzela-Ascoli Theorem and Bair Category Theorem, The Fundamental Theorem of Algebra and Borsuk-Ulam Theorem, Seifert-van Kmpen Theorem, Manipulations of Fundamental Groups of Some Surfaces, Singular Homology Theory, Homotopy Invariance of Homology, Relation between Homotopy and Homology Groups, Exact Homology Sequence, Mayor-Vieteros Sequence.

References

1. J. Munkres, Topology, Prentice-Hall 2000.
2. M. Greenburg & J. Harper, Algebraic Topology, Benjamin/Cummings 1981.
3. G. McCarty, Topology, Dover 2003.

MAT 773 Algebraic Geometry

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Affine and Projective Varieties, Morphisms and Rational Maps. Function Fields, Dimension of a Variety. Singular Points and Tangent Lines on Curves, Multiplicities and Local Rings. Bezout's Theorem for Plane Curves, Max Noether's Theorem and Applications. Group Operation on Cubic Curves, Rational Parametrization, Branches and Valuations.

References

1. R. Walker, Algebraic Curves, Springer-Verlag 2013.
2. E. Kunz, Introduction to Plane Algebraic Curves, Birkhauser 2005.
3. W. Fulton, Algebraic Curves, Benjamin/Cummings 1969.

MAT 775 Differential Geometry

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Curves in $\mathbb{R}^3$: Regular curves and reparametrizations, Arc Length, Curvature and Torsion, Serret-Frenet apparatus, Existence and uniqueness theorem for space curves.
Local theory of surfaces in $\mathbb{R}^3$: Simple surfaces, The tangent space, The first and second fundamental forms, Normal and geodesic curvatures, Equations of geodesics, Weingarten map (Shape operator), principal curvatures, Mean and Gaussian curvatures.

References

1. R. S. Millman and G. D. Parker, Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1977.
2. B. O'Neill, Elementary Differential Geometry, Academic Press Inc. 1966
3. W. Kühnel, Differential Geometry: Curves – Surfaces – Manifolds; 2ndEdition, American Mathematical Society, 2004.

MAT 777 Introduction to Manifolds

Semester	*Year*	*Type*	*Track/List*	*Credit Hours*
Third	Second	Elective	PM/List A	3

Syllabus

Differentiation in $\mathbb{R}^n$, Submanifolds of $\mathbb{R}^n$, Differentiable Manifolds, Tangent space, Vector fields and flows, Differential of a Map between manifolds, Differential Forms, Integration over Manifolds, The General Stock's Theorem, The Gauss-Bonnet Theorem.

References

1. D. Barden, An Introduction to Differential Manifolds, World Scientific, 2003.
2. J.M. Lee, Introduction to Smooth Manifolds, Springer, 2003.
3. W. Boothby, An introduction to differentiable manifolds and Riemannian Geometry, Academic Press, 1975.

1. Syllabus for the Written Comprehensive Exams

1. Analysis

Topological Spaces: Sub-space and quotient space, Continuity and Uniform Continuity, Homeomorphism, Sequences of Continuous Functions, Compactness, Connectedness, Case of Metric Spaces, Completeness, Bolzano-Weirestrass and Heine-Borel Theorems, Stone-Weierstrass Theorem.

Measure Theory: Lebesgue Measure, Borel Sets, Sigma-Algebra, Measurable and Nonmeasurable Sets, Zero Measure and Cantor's Set, Step Functions and Measurable Functions, Lusin's Theorem, Convergence in Measure, Product Measure and Fubini and Tonelli Theorems. Signed Measures, The Hahn and Jordan, Decompositions, Caratheodory Measure.

Integration Theory: General Theory, The L^1 Space**,** Riemann's and Lebesgue's Integrals, Convergence Theorem: Fatou's Lemma, Monotone Convergence and Beppo-Levi Theorem, Lebesgue Dominated Theorem, Radon-Nikodym Theorem, Vitali-Hahn-Saks Integration.

L^p **Spaces**: Cauchy-Schwartz, Young, Minkowski's, and Holder's Inequalities, Mean Convergence, Riesz-Fischer Theorem.

Functional Analysis: Normed Spaces. Continuity of Linear Maps, Hahn-Banach Extension and Separation Theorems, Banach Spaces, Dual spaces and Transposes, Uniform Boundedness Principle and its Applications, Closed Graph and Open Mapping Theorems and their Applications.

Suggested References:

1. H. L. Royden and Patrick M. Fitzpatrick; Real Analysis, 4th Edition, Prentice Hall, 2010.
2. W. Ruden; Real and Complex Analysis, McGraw-Hill 1987.G. McCarty; Topology, Dover 2003.
3. E. Kreyzig, Introductory Functional Analysis with Applications, John Wiley & Sons, 1978
4. J.B. Conway, A course in Functional Analysis, Second Edition, Springer, Graduate Texts in Mathematics v. 96, 1990
5. James Munkres; Topology, Prentice Hall; 2nd Edition, 1999.

2. Algebra

Linear Algebra: Matrices, Linear Transformations, Change of Basis, Nullity-Rank Theorem, Eigenvalues and Eigenvectors, Determinants, Characteristic and Minimal Polynomials, Cayley-Hamilton Theorem, Diagonalization and Triangularization of Operators, Jordan Normal Form, Rational Canonical Form, Invariant Subspaces and Canonical Forms, Inner Product Spaces, Hermitian and Unitary Operators, Adjoints, Quadratic Forms.

Groups: Lagrange's Theorem, Cauchy's Theorem, Cayley's Theorem, Direct and Semidirect Products, Classifications of Finitely Generated Abelian Groups, Group Actions and the Class Equation, Sylow's Theorems, The Jordan-H ¨older Theorem, Nilpotent and Solvable Groups, Simple Groups, Free groups and Presentations of Groups.

Modules: Direct Product and Direct Sum of Modules, Free Modules, Finitely Generated Modules over PID, Noetherian and Artinian Modules and Jordan-Holders Theorem.

Rings: Direct Product and Direct Sum of Rings, Chinese Remainder Theorem, UFD's, PID's and Euclidean Domains, Gaussian Rings, Polynomial Rings and Irreducibility Criteria, Power Series Ring, Notherian and Artinian Rings and Jordan- Holders theorem, Localization of Commutative Rings, Hilbert Basis Theorem, Hopkins-Levitzki Theorem, Semisimple Rings and Wedderburn-Artin Theorem.

Fields: Finite, Algebraic and Simple Extensions, Kronecker's Theorem, Separable, Splitting and Normal Extensions, Finite Fields, The Fundamental Theorem of Galois, The Galois Group of a Polynomial, Cyclic and Cyclotomic Field Extension, Radical Extension, Insolubility of The Quintic.

Suggested References:

1- S. Friedberg and others, Linear Algebra, Pearson.

2- K. Hoffman & R. Kunz, Linear Algebra, Pearson.

3- D. Dummit & R. Foot, Abstract Algebra, John Wiley.

4- T. Hungerford, Algebra, GMT, Springer.

5- J. Weckless, A First Graduate Course in Abstract Algebra, Mercel Dekker.

3. Partial Differential Equations & Numerical Analysis

Partial Differential Equations: Solution of Linear Partial Differential Equations, The method of Characteristics, Charpit's Method, Classification of Second-Order PDEs, Canonical forms, Classical PDEs of Mathematical Physics, Boundary-Value Problems, Separation of Variables Method and Fourier Series, The Fourier Transforms Method, The Laplace Transforms Method, Harmonic Functions, Green's Functions, Fundamental Solutions, Maximum Principle, Mean Value Property and the Strong Maximum Principle, d'Alembert's Formula for Wave equations and Hadamard's Method of Descent, Duhamel's Principle, Energy Methods and The Uniqueness, Weak Solution and Weak Formulation, Distributions, Weak Derivatives, Sobolev Spaces.

Numerical Analysis: Fixed Point Iterations, Newton's Method, Error and Convergence Analysis, Linear and Quadratic Interpolation, Lagrange Interpolation, Newton Divided Difference Method, Error Evaluation, The Trapezoidal and Simpson Rules, Gaussian Quadrature, Numerical Differentiation, LU and Cholesky Decompositions, Error Analysis, Jacobi, Gauss-Seidel & SOR methods, Conjugate Gradient Method, Error and Convergence Analysis, Preconditioning, Implicit and Explicit Euler Methods, Local and Global Error, Taylor and Runge Kutta Methods, Predictor Corrector Methods, Implicit Methods and Stiff Equation, Multistep Method, Error and Convergence Analysis, Stability, and Consistency, Least Squares Method, Power Method, QR Factorization, Approximation of First and Second Order Derivatives, Finite Difference Method For Boundary Value Problems, Finite Difference Method For PDEs, Analysis of Truncation Error, Higher Order Approximation, Analysis of Stability, Galerkin Approximation.

Suggested References

1. Kendall Atkinsonand Weimin Han, Elementary Numerical Analysis, 3rd Edition; 2004.
2. James F. Epperson, An Introduction to Numerical methods and Analysis, Wiley, 2002.
3. R. Burden and J. Faires, Numerical Analysis, 8th Edition, Brooks/Cole, 2001, V. I.
4. L. C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd Edition, American Mathematical Society, 2010.
5. R. Haberman, Applied Partial Differential Equations with Fourier series and Boundary Value Problems, 5th Edition, Pearson Higher Education, 2013.
6. R.B. Guenther & J.W. Lee, Partial Differential Equations of Mathematical Physics and Integral Equations, Prentice Hall/Dover publication, 1996.