

Title	Modelling and Simulation of Non-Linear Biological Systems
Supervisor	Prof. Fehaid Salem Alshammari
Students	Alanoud Abdullah Alromeih and Norah Salman Alrommani
Abstract	This project investigates the application of nonlinear differential equations in modeling biological systems, focusing on population dynamics, disease spread, and predator–prey interactions. The study begins with a first-order nonlinear differential equation to describe the growth behavior of a single population. The analysis identifies equilibrium points and examines their stability using Taylor series expansion and linear stability theory. The results show that equilibrium states can be either stable or unstable depending on the sign of the derivative of the governing function at the equilibrium point. For the proposed population model, two equilibrium states were found to be stable, representing long-term survival or extinction scenarios, while one equilibrium was unstable. The report then extends the analysis to a nonlinear system modeling infectious disease transmission through susceptible, infected, and recovered populations. Analytical stability analysis using the Jacobian matrix and eigenvalues showed that disease-free equilibrium stability depends on the relationship between infection and recovery-related parameters. Numerical simulations using MATLAB confirmed these theoretical results, demonstrating convergence to equilibrium when stability conditions were satisfied and divergence when they were violated. Finally, the Lotka–Volterra predator–prey model was studied to understand interactions between two biological populations. The analysis revealed that the extinction equilibrium is unstable, while the coexistence equilibrium leads to periodic oscillations. Numerical simulations confirmed that predator and prey populations continue to exist with repeated increases and decreases over time. Overall, the study demonstrates that nonlinear mathematical models provide powerful tools for predicting biological behavior and understanding complex ecological systems.
الملخص باللغة العربية	يتناول هذا المشروع تطبيق المعادلات التفاضلية غير الخطية في نمذجة الأنظمة البيولوجية، مع التركيز على ديناميكا الجماعات الحيوية، وانتشار الأمراض، والتفاعلات بين المفترسات والفرائس. يبدأ التقرير بدراسة معادلة تفاضلية غير خطية من الرتبة الأولى لوصف سلوك نمو جماعة حيوية واحدة. وتم تحديد نقاط الاتزان وتحليل استقرارها باستخدام متسلسلة تايلور ونظرية الاستقرار الخطي. وأظهرت النتائج أن حالات الاتزان قد تكون مستقرة أو غير مستقرة اعتماداً على إشارة مشتقة الدالة الحاكمة عند نقطة الاتزان. وفي نموذج الجماعة الحيوية المقترح، تم الحصول على نقطتي اتزان مستقرتين تمثلان بقاء الجماعة أو اختفاءها على المدى الطويل، بينما كانت نقطة أخرى غير مستقرة.

بعد ذلك، تم توسيع الدراسة لتشمل نظاماً من المعادلات التفاضلية غير الخطية لوصف انتشار الأمراض المعدية من خلال ثلاث فئات: القابلون للإصابة، والمصابون، والمتعافون. أظهر التحليل الرياضي باستخدام مصفوفة جاكوبي والقيم الذاتية أن استقرار حالة خلو النظام من المرض يعتمد على العلاقة بين معدل العدوى ومعدلات التعافي والعوامل المؤثرة الأخرى. كما أكدت المحاكاة العددية باستخدام برنامج ماتلاب النتائج النظرية، حيث اقتربت الحلول من حالة الاتزان عند تحقق شروط الاستقرار، بينما ابتعدت عنها عند عدم تحققها .

وفي الجزء الأخير، تم دراسة نموذج لوتكا-فولتيرا للمفترس والفريسة لفهم التفاعل بين مجموعتين حيويتين. بين التحليل أن حالة اختفاء النوعين غير مستقرة، بينما تؤدي حالة التعايش بينهما إلى تذبذبات دورية مستمرة. وأكدت المحاكاة العددية استمرار وجود المجموعتين مع حدوث تغيرات دورية في أعدادهما مع مرور الزمن. وبشكل عام، يوضح التقرير أن النماذج الرياضية غير الخطية تمثل أدوات فعالة للتنبؤ بسلوك الأنظمة البيولوجية وفهم الأنظمة البيئية المعقدة.