

Title	Cross Products in Higher Dimensions
Supervisor	Dr. Kholoud Albalawi
Students	Nada Alkhalaf & Mashael Alotaibi
Abstract	In this research project, we study the dot product and the cross product, which are two important operations in linear algebra. The dot product can be defined in spaces of any dimension, but the cross product is usually defined in a three-dimensional space. Therefore, we explore how to generalize the cross product to higher dimensions. First, we show that the cross product of two vectors exists only in dimensions 1, 3, and 7. We then introduce a generalized cross product of $(n-1)$ vectors in an n-dimensional space. This generalized version preserves important properties such as orthogonality, anticommutativity, and a well-defined magnitude. Finally, we present an application of this generalization by giving a higher-dimensional version of the Pythagorean theorem. This provides a better understanding of geometry in higher dimensions.
الملخص باللغة العربية	يتناول هذا المشروع دراسة الضرب القياسي والضرب الاتجاهي، وهما من العمليات الأساسية في الجبر الخطي. يمكن تعميم الضرب القياسي بسهولة على فضاءات ذات أبعاد مختلفة، بينما يقتصر تعريف الضرب الاتجاهي عادةً على الفضاء ثلاثي الأبعاد، مما يدفعنا إلى البحث في إمكانية تعميمه إلى أبعاد أعلى. في البداية، نثبت أن الضرب الاتجاهي لمتجهين لا يكون معرفاً إلا في الفضاءات ذات الأبعاد 1 و 3 و 7. بعد ذلك، نقدم تعميماً للضرب الاتجاهي باستخدام $(n-1)$ متجهاً في فضاء ذي بُعد n. هذا التعميم يحافظ على خصائص مهمة مثل التعامد، واللاتبادلية، ووجود معيار (طول) محدد. وفي الختام، نبين أحد تطبيقات هذا التعميم من خلال تقديم صيغة معمة لنظرية فيثاغورس في الأبعاد العليا، مما يسهم في توسيع فهمنا للهندسة في هذه الفضاءات.